

# 基于不同极限平衡法的多级边坡稳定性评价

□ 王敏 宋洪坡 冷先伦

**摘要** 极限平衡法是边坡稳定性分析与支护设计中最为常用的一种方法。为研究不同极限平衡法在多级边坡稳定性分析中的差异,本文以满足力矩平衡的Bishop法、满足力平衡的严格Janbu法和同时满足力矩和力平衡的Morgenstern-Price法等具有代表性的极限平衡法为例,讨论不同极限平衡法在条块受力假设、整体平衡方程等方面的异同;并以广西某多级公路边坡为依托工程,采用上述3种极限平衡法分别计算该边坡在正常工况和降雨工况下的安全系数,综合评价该边坡的稳定性,为相关边坡工程提供参考。

**关键词** 极限平衡法;简化Bishop法;严格Janbu法;Morgenstern-Price法;多级边坡

基于刚体极限平衡法的边坡稳定分析是边坡研究中的一个经典课题。刚体极限平衡法是边坡工程设计中应用最广泛的一种方法,该方法由最初的圆弧滑动法发展为经典的瑞典条分法<sup>[1]</sup>,并且随着条分法的不断改进,极限平衡法也从以经验性判断滑动面位置为主、需多个条块受力假定才可计算的简单条分法发展为理论体系较为成熟和完善的严格极限平衡法<sup>[2]</sup>。极限平衡法假定岩土体为刚体,条块内部不发生变形但条块之间传递力,条块底部以抗剪强度准则(例如Mohr-Coulomb准则)为力学基础,并且假定计算过程中每一个条块的稳定性系数都相同,由此通过构建边坡在破坏瞬间的整体力矩或力平衡方程来求解边坡的安全系数<sup>[2]</sup>。

为尽量使条块的力和力矩平衡都得到满足,不同的极限平衡法通过引入不同的条块受力模式进行简化。在极限平衡法发展的初期,由于计算条件的限制,这一阶段的极限平衡法大多通过忽略条块之间部分作用力来简化计算流程<sup>[3]</sup>,由此得到的边坡安全系数计算公式为显函数,具有计算量小的显著优势,但计算结果可靠度不高,相关代表性的计算方法主要有初始条分法、Fellenius法等<sup>[1]</sup>。随着计算机技术的不断发展及计算水平的不断提高,许多学者提出更为严格的极限平衡法,在尽可能全面地考虑条块间作用力的基础上,尽可能同时满足边坡整体力和力矩的平衡。这类极限平衡法通过假定条块之间法向力和切向力的量值及作用位置存在一定的函数关系来减少未知量,由此得到的安全系数计算公式为隐函数,需要采用计算机迭代的方法求解边坡

安全系数。这类极限平衡法相比初期的极限平衡法更符合实际工程情况,计算结果也更为精准,但计算量显著增加,相关代表性的计算方法主要有严格Janbu法、Spencer法、陆军工程团法、Morgenstern-Price法和Sarma法等<sup>[4-5]</sup>。

根据不同的假定得到的极限平衡计算方法在边坡稳定性分析中具有不同的安全系数<sup>[6-7]</sup>,在边坡工程设计过程中通常会采用不同的计算方法对其稳定性进行评价,因此充分认识不同的计算方法在多级边坡稳定性计算方面的差异对边坡工程设计具有指导意义<sup>[8]</sup>。本文以满足整体力矩平衡的简化Bishop法<sup>[9-10]</sup>、满足整体力平衡的严格Janbu法<sup>[5, 11]</sup>和同时满足力和力矩平衡的Morgenstern-Price法<sup>[12-13]</sup>这3种具有代表性的极限平衡法为例,探讨不同极限平衡法在条块受力的假设、整体平衡方程的构建等方面的异同;并以广西某公路边坡为例,分别采用这3种工程上最常用的极限平衡法,分析该多级边坡在正常工况和降雨工况下的安全系数,综合评价该边坡的稳定,为该边坡及类似多级边坡的支护设计提供参考。

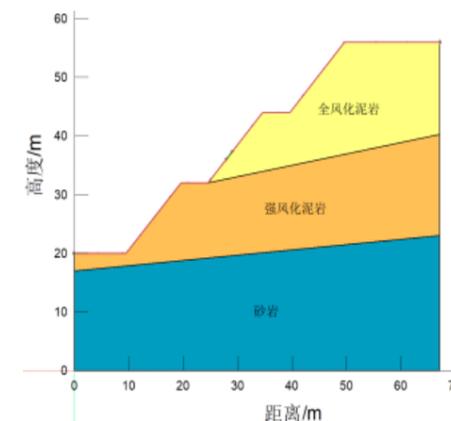
## 1 工程介绍

广西河池市境内天峨至平塘(天峨经凤山至巴马段)公路途经河池市天峨县、东兰县、凤山县、巴马县。线路起于天峨县岗岭坡附近,顺接规划的平塘至天峨(广西段)公路。位于公路主线里程为K5+100处的纳合1号拌合站的多级边坡在降雨作用下发生了多级滑坡,边坡破坏模式表现为后退式圆弧滑移,前一

阶段滑动后牵引后一台阶继续滑动直至最顶部台阶,见图1(a)。整个边坡分三级放坡,坡表喷射混凝土处置,下部边坡采用挡墙支护。根据现场调查,边坡坡高约60m,坡长约220m,倾角约50°,基岩为泥岩、砂岩,倾角为30°~35°,其余坡体主要为全风化泥岩及砂岩,层厚大于30m,见图1(b)。



(a) 多级滑坡



(b) 地质概化模型

图1 依托工程边坡概况

综合公路沿线工程地质勘察报告中所提供的典型岩土体力学参数,同时综合相关文献、项目咨询报告中收集到的参数,确定了该边坡的岩土体力学参数,见表1。

表1 坡体岩土力学参数表

地层类型	重度 (kN/m <sup>3</sup> )		粘聚力 (kPa)		内摩擦角 (°)	
	天然	饱和	天然	饱和	天然	饱和
全风化泥岩	18.4	18.3	30	22	18	13
强风化泥岩	20.1	20.4	50	36	23	16.2
砂岩	26	26.5	330	265	43	35

## 2 计算方法与计算条件

### 2.1 常用极限平衡法的比较

在平衡方程的构造上,极限平衡法主要分为满足力矩平衡、满足力平衡和同时满足力矩和力的平衡3类。以简化Bishop法、严格Janbu法和Morgenstern-Price法为例,探讨满足力矩平衡、力平衡和同时满足力矩和力平衡的极限平衡法在条块受力模式和平衡方程构造上的差异。

#### 2.1.1 简化Bishop法

简化Bishop法<sup>[9-10]</sup>是一种满足力矩平衡的极限平衡分析方法。为了简化计算,该方法假定条块之间的作用力(包括法向力和切向力)均成对出现,在空间上的作用位置相同、大小相等、方向相反,因此条块间的作用力对圆心的力矩可以相互抵消,从而减少了条块间相互作用力的位置、大小等多个未知量。同时,该方法假定滑动面形状为严格的圆弧形状,使得不同条块底部的正压力全部通过圆心,条块底部的正压力产生的力矩为0,从而减少条块底部正压力这一未知量。通过上述理想化假定,简化Bishop法中只有条块的重力和条块底部的切向力对圆心产生力矩。简化Bishop法满足整体的力矩平衡,但没有满足整体力的平衡,其稳定系数由各条块对转动中心的弯矩表示,见图2。

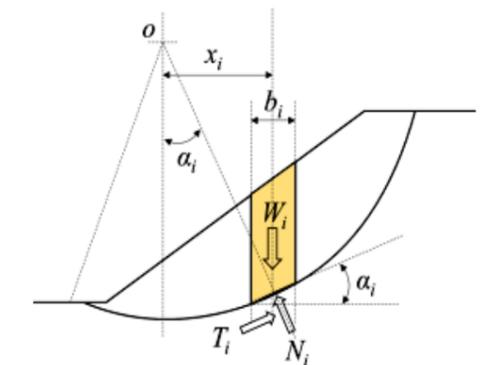


图2 简化Bishop法计算模型图

根据力矩平衡构造方程,可得边坡的安全系数表达式为:

$$F_m = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i b_i + W_i \tan \varphi_i) / m_{\alpha i}}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i} \quad (1)$$

$$m_{\alpha i} = \cos \alpha_i + \sin \alpha_i \tan \varphi_i / F_m \quad (2)$$

其中,式中包含有安全系数,因此不能用式(1)直接求出边坡的安全系数,而需要采用迭代求算。和为

**基金项目** 国家自然科学基金(编号:52079135)研究成果。

**作者简介** 王敏,中交二航局第四工程有限公司,工程师,硕士。

宋洪坡,中交二航局第四工程有限公司,工程师。

冷先伦,中国科学院武汉岩土力学研究所,副研究员,博士。

条块底部的粘聚力和内摩擦角。

### 2.1.2 严格Janbu法

严格Janbu法<sup>[5, 11]</sup>是一种满足力平衡的极限平衡分析方法。该方法考虑了条块间的切向力和法向力，为减少变量，假定条块间切向力和法向力的作用位置。同时，该方法完整地考虑了条块底部的切向力和法向力。由于严格Janbu法不需要满足整体力矩的平衡，因此对滑动面的形状无特殊要求，可适用于任意形状的滑动面。严格Janbu法满足整体的力平衡，但没有满足整体的力矩平衡，其稳定系数由各条块的下滑驱动力与条块底部的抗滑力表示，见图3。

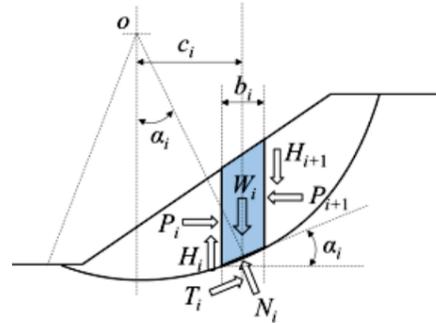


图3 严格Janbu法计算模型图

根据力的平衡构造方程，可得边坡的安全系数表达式为：

$$F_f = \frac{\sum_{i=1}^n [c_i b_i + (W_i + H_i) \tan \varphi_i] / m_{\alpha i}}{\sum_{i=1}^n (W_i + H_i) \sin \alpha_i} \quad (3)$$

$$m_{\alpha i} = \cos \alpha_i^2 + \sin \alpha_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i / F_f \quad (4)$$

由于式中包含安全系数，因此不能通过式(3)直接计算安全系数，而需要采用迭代求解。

### 2.1.3 Morgenstem-Price法

Morgenstem-Price法<sup>[12-13]</sup>是一种同时满足整体力平衡和力矩平衡的极限平衡分析方法。该方法将滑体分为无限小宽度的条块，各条块同时受到条块间和条块底部的法向力和切向力。为减少变量，假定条块间法向力和切向力之间存在某种函数关系。从整体来看，该方法对条块的受力所做的简化较少，与工程实际最为贴合，且适用于任意形状的滑动面。但由于该方法中条块的受力涉及的变量较多，需要同时构造力的平衡方程和力矩平衡方程才可求解稳定系数，且力平衡方程和力矩平衡方程之间需要迭代求解，导致计算结果收敛难度高，需要多次演算才能满足极限平衡条件，见图4。

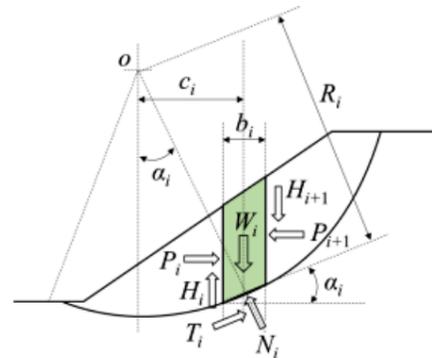


图4 Morgenstem-price法计算模型图

根据力矩平衡构造方程，可得安全系数表达式为：

$$F_m = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i b_i / \cos \alpha_i - N_i \tan \varphi_i) R_i}{\sum_{i=1}^n (W_i x_i / \cos \alpha_i)} \quad (5)$$

根据力的平衡构造方程，可得安全系数表达式为：

$$F_f = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i b_i - N_i \tan \varphi_i \cos \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n (N_i \sin \alpha_i)} \quad (6)$$

其中，条间力之间的关系为：

$$N_i = \frac{W_i + (P_{i+1} - P_i) - c_i b_i / \cos \alpha_i / F}{\cos \alpha_i + \sin \alpha_i \tan \varphi_i / F} \quad (7)$$

当 $N_i$ 代入力矩平衡方程时， $F$ 为 $F_m$ ；当 $N_i$ 代入力的平衡方程时， $F$ 为 $F_f$ 。由于 $N_i$ 中包含安全系数 $F$ ，因此不能通过式(5)或式(6)直接计算安全系数，而需要采用迭代求解。

### 2.2 数值计算条件

根据边坡现场调查情况，结合实际地形，同时参考公路工程地质勘察相关成果，建立纳合1拌合站边坡的工程地质概化模型，并基于此地质概化模型采用GeoStudio软件建立边坡稳定性计算模型，见图1(b)。边坡岩土体的参数根据无降雨工况和降雨工况的不同，分别采用表1中对应的岩土力学参数。

边坡上部主要由全风化泥岩及砂岩构成，基岩为泥岩、砂岩，根据该边坡地层结构，推测该边坡可能发生的破坏形式为圆弧形滑移。因此，根据滑动模式采用圆弧滑动法和考虑圆弧滑动面的Bishop法对边坡进行局部滑动面搜索和稳定性计算分析。

### 3 计算结果与分析

#### 3.1 无降雨条件下边坡的稳定性

图5为无降雨工况下采用不同极限平衡法计算得到的边坡安全系数。从图中可知：无降雨条件下，边坡的安全系数均大于1.0，小于1.05；相较于规范中要

求的边坡安全系数须大于1.25而言，该边坡的稳定性偏低，处于欠稳定状态。对于该多级边坡而言，采用不同极限平衡法计算得到的无降雨条件下边坡安全系数大小的顺序规律为：采用同时考虑力矩平衡和力平衡的Morgenstern-Price法计算得到的安全系数最高，为1.047；采用力矩平衡的简化Bishop法，安全系数为1.037；采用力平衡的严格Janbu法，安全系数为1.026。

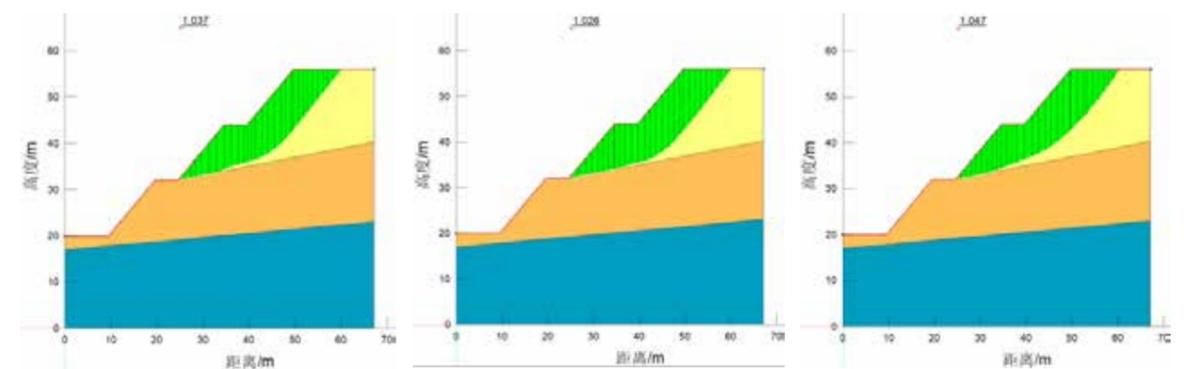
#### 3.2 降雨条件下边坡的稳定性

图6为降雨工况下采用不同极限平衡法计算得到的边坡安全系数。从图中可知：在降雨入渗条件下，边坡的安全系数均小于1.0，说明边坡在降雨工况下处于不稳定状态；边坡滑面深度相较于无降雨工况下有所减小，边坡稳定性从欠稳定状态转为不稳定状，说明受降雨入

渗作用的影响，边坡更容易发生浅层滑移破坏，这与现场实际情况较为吻合，在降雨作用下，该多级边坡滑动面变浅，不同极限平衡法计算得到的安全系数大小顺序规律与无降雨工况下有所不同；采用简化Bishop法计算得到的安全系数最高，为0.988；采用Morgenstern-Price法，安全系数为0.985；采用严格Janbu法，安全系数为0.955。

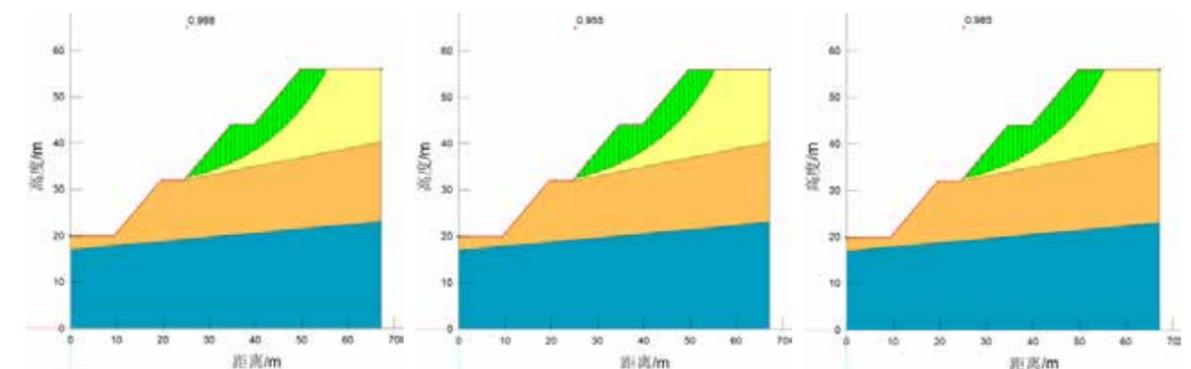
#### 3.3 基于不同极限平衡法的边坡安全系数的比较

Krahn等从条块间相互作用力的角度分析不同极限平衡法之间的差异，得到不同计算方法下概化边坡安全系数随条间力相关性系数的变化规律<sup>[14]</sup>。本文借鉴此种分析方法，分析多级边坡在降雨工况和非降雨工况下不同极限平衡法计算得到的安全系数的变化规律，见图7。从图中可以看出：一是在无降雨工况下，就依托工



(a) 简化Bishop法 (b) 严格Janbu法 (c) Morgenstem-Price法

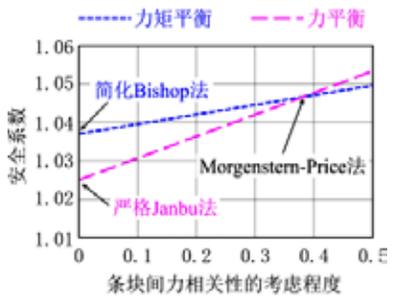
图5 无降雨条件下边坡稳定性分析



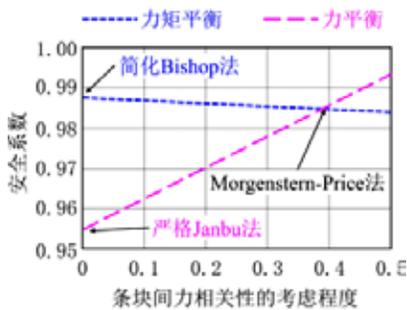
(a) 简化Bishop法 (b) 严格Janbu法 (c) Morgenstem-Price法

图6 降雨条件下边坡稳定性分析

程的多级边坡而言,采用不考虑条块间剪切力和法向力的简化Bishop法和严格Janbu法分析得到的边坡安全系数偏于保守,考虑条块间法向力和切向力的相关性后,边坡安全系数略有增大,见图7(a)中Morgenstern-Price法计算的安全系数。二是在降雨工况下,边坡岩土体材料强度发生了弱化,不同极限平衡法计算得到的安全系数大小规律与无降雨工况相比有所不同;相对于采用Morgenstern-Price法计算得到的安全系数,采用简化Bishop法计算得到的安全系数偏大,而采用严格Janbu法计算得到的安全系数偏小。三是对比图7的(a)和(b)两图可以看出,即使是对于同一个多级边坡,当计算工况不同时(即材料参数不同),不同的极限平衡法计算得到的安全系数及其条间力相关性系数的变化规律也有所不同。因此,为了更为准确地分析工程边坡的稳定性,通常需要采用多种极限平衡分析方法计算边坡的安全系数并对其进行对比分析。



(a) 无降雨工况



(b) 降雨工况

图7 基于不同极限平衡法的多级边坡安全系数比较

#### 4 结论

本文探讨几种典型的极限平衡法在条块受力模型、平衡方程构建等方面的异同,并以广西某多级公路边坡为依托,在现场地质调查、工程地质分析的基础上,采用不同

的极限平衡法分析了该边坡的稳定性,并讨论依托工程多级边坡在不同工况下安全系数的变化规律。分析认为:一是依托工程多级边坡在无降雨工况下处于欠稳定状态,边坡滑动面深度相对较深,边坡具有较高的滑动风险;二是依托工程多级边坡在降雨工况下由欠稳定状态演化为不稳定状态,滑动面深度变浅,边坡容易发生浅层滑动破坏;三是从边坡的安全系数和滑动面来看,建议在边坡角加固挡土墙,以增加边坡的抗滑力,同时在边坡后缘设截排水沟,以减少降雨入渗降低坡体强度。

#### [参考文献]

- [1]FREDLUND D G,KRAHN J.Comparison of slope stability methods of analysis[J].Canadian Geotechnical Journal,1977,14(3):429-439.
- [2]DUNCAN J M. State of the Art:Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes[J].Journal of Geotechnical Engineering,1996,123(7):577-596.
- [3]黄梦宏,丁桦.边坡稳定性分析极限平衡法的简化条件[J].岩石力学与工程学报,2006(12):2529-2536.
- [4]刘波,黄卫.基于极限平衡理论的边坡稳定性分析方法对比研究[J].工业建筑,2014,44(S1):715-721+714.
- [5]肖景红,王敏,王川,等.降雨诱发含碎石夹层土坡破坏演化规律研究[J].公路工程,2021,46(3):194-201+238.
- [6]刘菁钰,彭文哲,赵明华.边坡稳定性分析的简化计算方法[J/OL].公路工程:1-10(2021-04-30)[2021-10-28].http://kns.cnki.net/kcms/detail/43.1481.U.20210430.0841.002.html.
- [7]肖景红,王敏,王川,等.含优势渗流层边坡降雨入渗下的可靠度分析[J].地质科技通报,2021,40(6):193-204.
- [8]吴柳东,苏爱军,霍欣,等.不同极限平衡法确定边坡安全系数的比较与分析[J].水电能源科学,2013,31(12):151-154.
- [9]刘茂,杨红娟,钱江澎.简化Bishop法的剩余下滑推力计算方法研究[J].工程地质学报,2019,27(5):1056-1062.
- [10]卢玉林,陈晓冉.地下水渗流作用下土坡稳定性的简化Bishop法解[J].应用力学学报,2018,35(3):524-529+687.
- [11]李志刚,曹磊.严格Janbu法不收敛原因及其改进的探讨[J].岩土力学,2008(4):1053-1056.
- [12]杨建民,张正,陈凯强.土坡稳定分析Morgenstern-Price法的有效应力形式[J].工业建筑,2019,49(6):117-123+129.
- [13]金亮星,冯琦璇,潘卓夫.基于Morgenstern-Price法和改进径向移动算法的边坡稳定性分析[J].中国公路学报,2018,31(2):39-47.
- [14]KRAHN J.The 2001 R.M.Hardy Lecture:The limits of limit equilibrium analyses[J].Canadian Geotechnical Journal,2003,40(3):643-660.